

# 1. Límite

## 1.1. Ejercicio 1

Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} -x^2 + x - 10$

2.  $\lim_{x \rightarrow 5} 3x^3 - 11x^2 - 5x$

3.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3+3}{4-x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt{x^2 + 8x + 32}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} e^{x^2-1}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+9}{x+3}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{x^2 - 13}(x - 7)$

8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+4}{(x-1)^2}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 2} \ln(x^3 - 7)$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3-4x^2+3}{x^4+x}$

11.  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{8+x}{5x^2}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{-2x^2-4}{x^2-25}$

13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{2x+3} - 2$

14.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-5}{x+4} - 16$

15.  $\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 4) \sin(x - 1)$

16.  $\lim_{x \rightarrow -2} e^{x+2}(-x^2 + 4) + 6x$

17.  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{x}{x^2-x+\frac{1}{4}}$

18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4-2x^2+3}{x^2}$

*Respuesta :*

1.  $-16$

2.  $75$

3.  $\frac{1}{5}$

4.  $4$

5.  $1$

6.  $3$

7.  $0$

8.  $+\infty$

9.  $0$

10.  $+\infty$

11.  $0$

12.  $-\infty$

13.  $-2$

14.  $-\infty$

15.  $0$

16.  $6$

17.  $-\infty$

18.  $+\infty$

## 1.2. Ejercicio 2

Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 4x + 2$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{4}x^2 - 4$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{6x^2 + 1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^4 - 7x^3 + 20$

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^5$

6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^2 - \frac{10}{x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{6x^2 + 4x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(9 - \frac{2}{x^2}\right)$

9.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(6 - \frac{5}{x^2})}{x^2(\frac{1}{x})}$

10.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$

11.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{x+2} - 1\right) \left(6 + \frac{7}{x}\right)$

12.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(4x - 2)$

13.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5}{2x-3} - 1\right)$

14.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \left(\frac{4}{x^2}\right) + 2x$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(6 + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3})}{x^3(3 + \frac{2}{x})}$

16.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 \sin(x) + 2$

*Respuesta :*

1.  $+\infty$

2.  $+\infty$

3.  $+\infty$

4.  $-\infty$

5.  $+\infty$

6.  $-\infty$

7.  $0$

8.  $-\infty$

9.  $0$

10.  $0$

11.  $-6$

12.  $+\infty$

13.  $-1$

14.  $-\infty$

15.  $2$

16.  $\nexists$

### 1.3. Ejercicio 3

Dados los siguientes límites identificar el tipo de indeterminación y salvarlos.

1.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2-1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-2}{x^4+2x^3-3x+5}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3-16x^2}{x+1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^2-5x-2}{5x^2+2}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x^4+6x^3-4x^2}{x^3+x^2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4-1}{8x^7+x^5+2}$

7.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{4x^2-4x-24}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-2x^2-6x+12}{x^2+3x-10}$

9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{36x^4+1}{12x^4-4x-1}$

10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-1}{5x^2-2x+4}$

11.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{9x^2-x+1}{-3x+7} \right) \left( \frac{1}{x-4} \right)$

12.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x-4}$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3-4x}{x^2+1}$

14.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-x-12}{x^2-2x-8}$

15.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+6x^5+2}{\frac{1}{2}x^5-10x-1}$

16.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{x^2-9}$

17.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5+x^6+3x^3}{1+2x+x^3}$

18.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+x-12}{x^3-27}$

*Respuesta :*

1.  $-\frac{1}{2}$

2. 0

3.  $\infty$

4. 2

5. -4

6. 0

7.  $\frac{1}{7}$

8.  $-\frac{2}{7}$

9. 3

10.  $\frac{1}{5}$

11. -3

12. 8

13.  $\infty$

14.  $\frac{7}{6}$

15. 12

16.  $-\frac{1}{6}$

17.  $\infty$

18.  $\frac{1}{9}$

## 1.4. Ejercicio 4

Dadas las siguientes funciones, analizar la existencia de asíntotas verticales y horizontales y escribir sus ecuaciones.

$$1. f(x) = \frac{6x-1}{2x+4}$$

$$2. g(x) = \frac{-2x^2+x}{5x^2-25}$$

$$3. t(x) = \frac{5x^2-5x-30}{x^2-x}$$

$$4. k(x) = \frac{x^2-9x+20}{4x^2-64}$$

$$5. p(x) = \frac{2}{x^3} + 2$$

$$6. s(x) = \frac{3x^2-6x+3}{-x^2+x+2}$$

$$7. r(x) = \frac{-8x}{(x-2)^2}$$

$$8. f(x) = \frac{6x^2-24}{x^2-4x+4}$$

$$9. h(x) = \frac{-x^2+x+6}{5x^2+5x-10}$$

$$10. l(x) = \frac{3-x^2}{x^2+9}$$

$$11. q(x) = 4 - \frac{1}{x+2}$$

$$12. r(x) = \frac{x^3+7}{-2x^2-8x-6}$$

$$13. f(x) = \frac{6}{4x+8} + 2$$

$$14. h(x) = \frac{12-3x^2}{x-2}$$

$$15. p(x) = \frac{(x+3)^2}{2x-1}$$

$$16. f(x) = \frac{x^3-27}{x^3-7x^2+4x+12}$$

*Respuesta :*

$$1. \begin{cases} A.V : x = -2 \\ A.H : y = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} A.V : \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases} \\ A.H : y = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} A.V : \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \\ A.H : y = 5 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} A.V : x = -4 \\ A.H : y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} A.V : x = 0 \\ A.H : y = 2 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} A.V : \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \\ A.H : y = -3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} A.V : x = 2 \\ A.H : y = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} A.V : x = 2 \\ A.H : y = 6 \end{cases}$$

$$9. A.H : y = -\frac{1}{5}$$

$$10. A.H : y = -1$$

$$11. \begin{cases} A.V : x = -2 \\ A.H : y = 4 \end{cases}$$

$$12. A.V : \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} A.V : x = -2 \\ A.H : y = 2 \end{cases}$$

14.  $h(x)$  no tiene asíntotas

$$15. A.V : x = \frac{1}{2}$$

$$16. \begin{cases} A.V : \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \\ A.H : y = 1 \end{cases}$$

## 1.5. Ejercicio 5

Determinar el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que se verifique:

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{18x-5}{ax-2b} = 2$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+ax^2-6}{5x^2-3x-2} = -\frac{4}{5}$$

$$\text{Respuesta : } \begin{cases} 1. a = -4 \\ 2. a = 9 \end{cases}$$

## 1.6. Ejercicio 6

Hallar todos los valores de  $b \in \mathbb{R}$  sabiendo que la función  $g(x) = \frac{-2bx^4 + 4x^2 - 2}{(b^2 - 8)x^4 + 2x^3}$  tiene una asíntota horizontal en  $y = 1$ .

$$\text{Respuesta : } \begin{cases} b_1 = -4 \\ b_2 = 2 \end{cases}$$

## 1.7. Ejercicio 7

Sea  $f(x) = \frac{\alpha x^2 - 2x}{x^2 + \alpha x - 5}$ . Determinar  $\alpha \in \mathbb{R}$  para que la recta de ecuación  $x = -1$  sea asíntota vertical de  $f(x)$ . Para el valor hallado, escribir las ecuaciones de todas las asíntotas verticales y horizontales de  $f$ .

$$\text{Respuesta : } \begin{cases} \alpha = -4 \\ A.V : \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases} \\ A.H : y = -4 \end{cases}$$

## 1.8. Ejercicio 8

Sean  $g(x) = \frac{2x-1}{x}$  y  $h(x) = 3x - 6$ . Hallar las funciones  $h \circ g(x)$  y  $g \circ h(x)$ . Escribir las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de dichas funciones.

$$\text{Respuesta : } \begin{cases} h \circ g(x) = -\frac{3}{x} & \begin{cases} A.V : x = 0 \\ A.H : y = 0 \end{cases} \\ g \circ h(x) = \frac{6x-13}{3x-6} & \begin{cases} A.V : x = 2 \\ A.H : y = 2 \end{cases} \end{cases}$$

## 1.9. Ejercicio 9

Hallar la función homográfica  $f(x) = \frac{ax+15}{bx+c}$  sabiendo que cumple con:

1.  $C_0 = \{5\}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$
3.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \infty$

$$\text{Respuesta : } f(x) = \frac{-3x+15}{3x-12}$$

### 1.10. Ejercicio 10

Dadas  $f(x) = x + 1$  y  $g(x) = \frac{8x-72}{4x}$ , calcular  $h(x) = g \circ f(x)$  y  $h^{-1}(x)$ . Dar las ecuaciones de las asíntotas de  $h(x)$  y  $h^{-1}(x)$ .

$$\text{Respuesta : } \left\{ \begin{array}{l} h(x) = \frac{8x-64}{4x+4} \\ h^{-1}(x) = \frac{-4x-64}{4x-8} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} A.V : x = -1 \\ A.H : y = 2 \\ A.V : x = 2 \\ A.H : y = -1 \end{array} \right.$$