1. Inecuaciones

1.1. Ejercicio 1

Escribir como intervalo o unión de intervalos los siguientes conjuntos:

1.
$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2x-8} \ge 0 \right\}$$

2.
$$D = \{x \in \mathbb{R}/x^2 - 2x < 0\}$$

3.
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x+3}{x-2} + 4 > 1 \right\}$$

4.
$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x+5} > 1 \right\}$$

5.
$$D = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{6}{x} < 3 \right\}$$

6.
$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x + \sqrt{5}}{x - \sqrt{5}} \ge 0 \right\}$$

7.
$$H = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{3}{x} + 2 > 8 \right\}$$

8.
$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{-x-1}{x+4} < 0 \right\}$$

9.
$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{-2+3x}{x} < 4 \right\}$$

10.
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{3x+2}{x+4} \le 1 \right\}$$

Respuesta:

1.
$$A = \{(-\infty, 1] \cup (4, +\infty)\}$$

$$2. D = \{(0, 2)\}$$

3.
$$C = \{(-\infty, \frac{3}{4}) \cup (2, +\infty)\}$$

$$4.B = \{(-5, -4)\}$$

5.
$$D = \{(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)\}$$

$$6. B = \left\{ (-\infty, -\sqrt{5}] \cup \left(\sqrt{5}, +\infty\right) \right\}$$

7.
$$H = \{(-\frac{1}{2}, 0)\}$$

8.
$$A = \{(-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)\}$$

9.
$$B = \{(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)\}$$

$$10. C = \{(-4, 1]\}$$

1.2. Ejercicio 2

Sean las funciones $f(x) = -2x^2 + 10x - 6$ y $g(x) = x^2 - 11x + 24$, determinar analíticamente el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}/f(x) \le g(x)\}$.

Respuesta:
$$A = \{(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)\}$$

1.3. Ejercicio 3

Encontrar los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ y a > b para que $S = \{(-\infty, 3] \cup [8, +\infty)\}$ sea la solución de $(x - 2a)(4x - b) \ge 0$.

$$Respuesta: \begin{cases} a = 4 \\ b = 12 \end{cases}$$

1.4. Ejercicio 4

Hallar la solución $de(x^2 + 4)(x^4 + 16) < 0$.

$$Respuesta: S = \emptyset$$

1.5. Ejercicio 5

Hallar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los que $x_0 = 1$ pertenece a la solución del conjunto $C = \left\{x \in \mathbb{R} \middle/ \frac{ax+4}{3-x} > x+2\right\}$.

1.6. Ejercicio 6

Escribir como unión de intervalos el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R}/(x-1)(x+4)(x-6) > 0\}.$

Respuesta:
$$A = \{(-4,1) \cup (6,+\infty)\}$$

1.7. Ejercicio 7

Sea f(x) la función lineal cuyo gráfico pasa por los puntos P=(1,-3) y Q=(2,2). Escribir como intervalo o unión de intervalos el conjunto $B=\left\{x\in\mathbb{R}/\frac{f(x)}{x}>2\right\}$.

Respuesta:
$$B = \{(-\infty, 0) \cup (\frac{8}{3}, +\infty)\}$$

1.8. Ejercicio 8

Dadas las funciones f(x) = 4x - 6 y g(x) = 7x + 3, determinar para qué valores de x la gráfica de la función g(x) está por encima de la gráfica de f(x).

$$Respuesta: x > -3$$

1.9. Ejercicio 9

Sea $D=\left\{x\in\mathbb{R}/-5x-3>-\frac{1}{2}-x\right\}$, determinar si $a=-\frac{2}{3},\ b=2$ y $c=-\frac{5}{8}$ pertenecen al conjunto D.

$$Respuesta: \begin{cases} a \in D \\ b \notin D \\ c \notin D \end{cases}$$

1.10. Ejercicio 10

Encontrar analíticamente el conjunto de positividad y de negatividad de la función $h(x) = f \circ g(x)$, siendo f(x) = x + 1 y g(x) = -5x - 11.

Respuesta:
$$\begin{cases} C^{+} = \{(-\infty, -2)\} \\ C^{-} = \{(-2, +\infty)\} \end{cases}$$

1.11. Ejercicio 11

Hallar analíticamente el conjunto de positividad y de negatividad de la función $r(x) = (x+1)^2 - 16$

Respuesta:
$$\begin{cases} C^{+} = \{(-\infty, -5) \cup (3, +\infty)\} \\ C^{-} = \{(-5, 3)\} \end{cases}$$

1.12. Ejercicio 12

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

1.
$$f(x) = \ln\left(\frac{2-2x}{3x}\right) + 3$$

3.
$$h(x) = \sqrt{x+2} + 2x$$

2.
$$g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$$

4.
$$r(x) = \ln(x^2 - 9)$$

Respuesta:

1.
$$Dom \{f(x)\} = (0, 1)$$

2.
$$Dom \{g(x)\} = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$$

3.
$$Dom \{h(x)\} = [-2, +\infty)$$

4.
$$Dom\{r(x)\} = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$