1. Derivadas

1.1. Ejercicio 1

Hallar la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas de derivación:

1. $f(x) = 4x^2 - x - 1$
2. $w(x) = 5x^6 - 2x^4 + x^3 - 5x^2 + 10$
3. $g(x) = -2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^4}$
4. $h(x) = \frac{3x^5 - 4x^3 + \sqrt{x^7}}{x^2}$
5. $p(x) = -\frac{3}{x} + 2x - 5$
6. $r(x) = 2e^x + 4x^3 - 8$
7. $j(x) = 7\ln(x) - 2\cos(x) + x$
8. $f(x) = -4x^5 - \sin(x) + 9e^x$
9. $h(x) = 9x - \ln(x)$
10. $e(x) = x^4 \sin(x)$
11. $v(x) = -2\cos(x)\ln(x)$
12. $a(x) = (x^4 - 3x^3)\, e^x$
13. $f(x) = (6x - 1)\sin(x)$
14. $g(x) = \ln(x)\, 3x^5$
15. $p(x) = (x^3 - 3x^2)\,[4e^x + \sin(x)]$
16. $\alpha(x) = \sqrt{x}\,[\cos(x) - 2]$
17. $r(x) = \frac{x+1}{x^2-5}$
18. $k(x) = \frac{3x^2+x}{x^4+7}$
19. $\lambda(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
20. $a(x) = \frac{-3x^2+12x+2}{x+1}$
21. $g(x) = \frac{4x^3}{e^x}$
22. $h(x) = \frac{\sqrt{x}+12}{\ln(x)}$
23. $r(x) = \frac{\sin(x)}{x^2+5}$
24. $k(x) = \frac{e^x - x^2 + 1}{x^7 - 3x}$
25. $i(x) = \ln(x)\left(\frac{2\sin(x)}{x^2-4}\right)$
26. $c(x) = \frac{5x^2 - x}{e^x x^6}$

Respuesta :

1. $f'(x) = 8x - 1$
2. $w'(x) = 30x^5 - 8x^3 + 3x^2 - 10x$
3. $g'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$
4. $h'(x) = 9x^2 + \frac{3}{2}\sqrt{x} - 4$
5. $p'(x) = \frac{3}{x^2} + 2$

6. $r'(x) = 2e^x + 12x^2$

7. $j'(x) = \frac{7}{x} + 2\sin(x) + 1$

8. $f'(x) = -20x^4 - \cos(x) + 9e^x$

9. $h'(x) = 9 - \frac{1}{x}$

10. $e'(x) = 4x^3 \sin(x) + x^4 \cos(x)$

11. $v'(x) = 2\sin(x)\ln(x) - \frac{2\cos(x)}{x}$

12. $a'(x) = (4x^3 - 9x^2)\, e^x + (x^4 - 3x^3)\, e^x$

13. $f'(x) = 6\sin(x) + (6x - 1)\cos(x)$

14. $g'(x) = 3x^4 + \ln(x)\, 15x^4$

15. $p'(x) = (3x^2 - 6x)\,[4e^x + \sin(x)] + (x^3 - 3x^2)\,[4e^x + \cos(x)]$

16. $\alpha'(x) = \frac{[\cos(x) - 2]}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}\sin(x)$

17. $r'(x) = \frac{\left(x^2-5\right) - (x+1)2x}{\left(x^2-5\right)^2}$

18. $k'(x) = \frac{(6x+1)\left(x^4+7\right) - \left(3x^2+x\right)4x^3}{\left(x^4+7\right)^2}$

19. $\lambda'(x) = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)}$

20. $a'(x) = \frac{(-6x+12)(x+1) - \left(-3x^2+12x+2\right)}{(x+1)^2}$

21. $g'(x) = \frac{12x^2e^x - 4x^3e^x}{e^{2x}}$

22. $h'(x) = \frac{\frac{\ln(x)}{2\sqrt{x}} - \frac{\left(\sqrt{x}+12\right)}{x}}{\ln^2(x)}$

23. $r'(x) = \frac{\cos(x)\left(x^2+5\right) - \sin(x)2x}{\left(x^2+5\right)^2}$

24. $k'(x) = \frac{\left(e^x-2x\right)\left(x^7-3x\right) - \left(e^x-x^2+1\right)\left(7x^6-3\right)}{\left(x^7-3x\right)^2}$

25. $i'(x) = \frac{2\sin(x)}{x^3-4x} + \ln(x)\left[\frac{2\cos(x)\left(x^2-4\right) - 4\sin(x)x}{\left(x^2-4\right)^2}\right]$

26. $c'(x) = \frac{(10x-1)e^x x^6 - \left(5x^2-x\right)\left(e^x x^6 + e^x 6x^5\right)}{\left(e^x x^6\right)^2}$

1.2. Ejercicio 2

Hallar la derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = (3x^2 - 10)^3$
2. $g(x) = \sqrt{x^2 - x} + 3x$
3. $r(x) = 2\cos(7x)$
4. $a(x) = \ln(2x^3 - 4x) - 1$
5. $p(x) = \sin[\ln(-6x^2 - 8x)]$
6. $h(x) = e^{-9x+x^3} + 6x^5$
7. $k(x) = \ln^2\left(\sqrt{x^2 + 3x}\right)$
8. $f(x) = e^{2x}[\sin(x^2)]$
9. $v(x) = \left(\frac{-4x^3}{\cos^2(x)}\right)$
10. $h(x) = \frac{-2}{\sqrt[3]{-x^2+4x-2}}$
11. $\alpha(x) = e^{\frac{1}{x}} - 12x - 4$
12. $n(x) = \left(\frac{x+1}{3x}\right)e^{-2x}$
13. $g(x) = \sqrt{2x - \cos(x)}$
14. $h(x) = \sqrt{(2x-4)^7} - \frac{1}{3}$
15. $j(x) = \cos[\sin(3x)] + x^2$
16. $i(x) = -4 + e^{x^2}\ln\left(\frac{5}{x}\right)$

Respuesta :

1. $f'(x) = 18x(3x^2 - 10)^2$
2. $g'(x) = \frac{(2x-1)}{2\sqrt{x^2-x}} + 3x$
3. $r'(x) = -14\sin(7x)$
4. $a'(x) = \frac{6x^2-4}{2x^3-4x}$
5. $p'(x) = \frac{\cos\left[\ln\left(-6x^2\right)\right](-12x-8)}{-6x^2-8x}$
6. $h'(x) = e^{-9x+x^3}(-9 + 3x^2) + 30x^4$
7. $k'(x) = \frac{\ln\left(\sqrt{x^2+3x}\right)(2x+3)}{x^2+3x}$
8. $f'(x) = 2e^{2x}[\sin(x^2)] + e^{2x}\cos(x^2)\,2x$
9. $v'(x) = \frac{-12x^2\cos^2(x) - 8x^3\cos(x)\sin(x)}{\cos^4(x)}$
10. $h'(x) = \frac{4x+8}{3\sqrt[3]{(-x^2+4x-2)^4}}$
11. $\alpha'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} - 12$

12. $n'(x) = -\frac{e^{-2x}}{3x^2} - \left(\frac{x+1}{3x}\right) 2e^{-2x}$

13. $g'(x) = \frac{2+\sin(x)}{2\sqrt{2x-\cos(x)}}$

14. $h'(x) = 7\sqrt{(2x-4)^5}$

15. $j'(x) = -3\sin[\sin(3x)]\cos(x) + 2x$

16. $i'(x) = e^{x^2} 2x \ln\left(\frac{5}{x}\right) - \frac{e^{x^2}}{x}$

1.3. Ejercicio 3

Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $f(x)$ en el punto de abscisa x_0.

1. $f(x) = 12x^3 + 5x^2 + 3x - 8$; $x_0 = 1$
2. $f(x) = 3\cos(x) - 2\sin(2x)$; $x_0 = \frac{\pi}{2}$
3. $f(x) = e^{x^2} 2x + 4$; $x_0 = 0$
4. $f(x) = \sqrt{x^2+9}$; $x_0 = 4$
5. $f(x) = \frac{2}{x} - \sqrt{x} + \ln(x)$; $x_0 = 1$
6. $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+2}$; $x_0 = 0$

Respuesta :

1. $y_t = 49x - 37$
2. $y_t = -x + \frac{\pi}{2}$
3. $y_t = 2x + 4$
4. $y_t = \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}$
5. $y_t = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$
6. $y_t = \frac{1}{2}x$

1.4. Ejercicio 4

Hallar el/los punto/s Q en los que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \ln(9x^2 - 4)$ es igual a 2.

$$\textit{Respuesta}: Q = \left(\frac{4}{3}, \ln(12)\right)$$

1.5. Ejercicio 5

Dada $g(x) = x^2 + 6x - 3$, hallar el punto $P = (x_0, g(x_0))$ en el que la ecuación de la recta tangente al gráfico de $g(x)$ es paralela a la recta $y = x$.

$$\textit{Respuesta}: P = \left(-\frac{5}{2}, -\frac{47}{4}\right)$$

1.6. Ejercicio 6

Sea $h(x) = \frac{x^2+12x-10}{x+1}$. Hallar, si existe, el punto Q en el que la ecuación de la recta tangente al gráfico de $h(x)$ es paralela a la recta $y - 3x + 12 = 0$.

$$\textit{Respuesta}: \text{No existe } Q$$

1.7. Ejercicio 7

Sea $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 5) + 7$. Hallar el punto A del gráfico de $f(x)$ donde la recta tangente es horizontal. Dar la ecuación de dicha recta.

$$\textit{Respuesta}: \begin{cases} A = (-2, 7) \\ y_t = 7 \end{cases}$$

1.8. Ejercicio 8

Sea $h(x) = \sin(2x) + bx + 4$. Hallar el valor de $b \in \mathbb{R}$ para el cual la recta tangente al gráfico de $h(x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$ es 5. Para el valor de b encontrado escribir la ecuación de dicha recta tangente.

$$\textit{Respuesta}: \begin{cases} b = 3 \\ y_t = 5x + 4 \end{cases}$$

1.9. Ejercicio 9

Sea $g(x) = 3 + ae^{x^2-3bx}$. Hallar los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que $y = -3x + 6$ sea la ecuación de la recta tangente al grafico de $g(x)$ en $x_0 = 0$.

Respuesta : $\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$

1.10. Ejercicio 10

Hallar la función cuadrática $f(x)$ que verifica $f(1) = -1$ y que la pendiente de la recta tangente en el punto $P = (0, 3)$ es cero.

Respuesta : $f(x) = -4x^2 + 3$